

MATHÉMATIQUES A2
1^{ère} Demi-journée
(DJ1)

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Question de cours

Donner l'ensemble de définition de la fonction exponentielle.
 Donner les limites aux bornes de son ensemble de définition
 Quelle est la fonction dérivée de la fonction exponentielle ?

Exercice

Répondre par vrai ou faux

- 1) L'équation $e^x = 9$ a pour solution unique $2 \ln 3$
- 2) $e^{-3x+4} < 0$ n'a pas de solution
- 3) $e^{-\ln 3} = 3$.
- 4) L'équation $\ln(1-x) - \ln(x+6) = 0$ n'a pas de solution

Méthode :

Ensemble de définition de $\ln \circ n$

$$\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$$

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Question préliminaire

Soit C la courbe représentative d'une fonction f , définie sur P , et (d) la droite d'équation $y = ax + b$, où a et b sont des réels donnés. Quelle interprétation graphique donnez-vous au résultat suivant : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$?

Exercice 1

La fonction f est définie sur $]2; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x - 2}$$

1) Déterminer la limite de f en $+\infty$

2) Déterminer le réel c tel que, sur $]2; +\infty[$:

$$f(x) = -x + 1 + \frac{x - 2}{c}$$

3) En déduire que la courbe (C) représentant la fonction f admet la droite D , d'équation $y = -x + 1$ pour asymptote oblique en $+\infty$

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Questions de cours

- a) Quelle est la probabilité d'un événement certain ?
 b) Quelle est la probabilité d'un événement impossible ?

Exercice

Les résultats d'une épreuve d'examen sont donnés par le tableau ci-dessous. Après avoir calculé la valeur centrale de chaque classe, calculer la note moyenne (Arrondir au dixième).

Note	Effectif n_i	Valeur centrale x_i	$n_i \times x_i$
[0; 4[3	2	6
[4; 8[9		
[8; 12[14		
[12; 16[8		
[16; 20[2		
Total			

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Questions de cours :

- 1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction logarithme népérien ?
- 2) Quelles sont les limites aux bornes de son ensemble de définition ?
- 3) Quelles sont ses variations sur son ensemble de définition ?

Exercice

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation et l'inéquation suivantes.

$$(\ln x)^2 + 2 \ln x - 15 = 0$$

$$\ln(x^2 + 5) \leq \ln(6x)$$

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Questions de cours

- 1) Quelle est l'ensemble de définition de la fonction exponentielle ?
- 2) Quelles sont ses limites aux bornes de son ensemble de définition ?
- 3) On admet qu'elle est dérivable sur \mathbb{R} . Quelle est sa fonction dérivée ?
- 4) Quelles sont ses variations sur son ensemble de définition ?

Exercice

Pour les fonctions f suivantes, donnez l'équation de la tangente passant par le point A

$$f(x) = 3x^2 - x - 4 \quad A(1; -2)$$

Résoudre l'équation

$$(1 - \ln x)(3 + \ln x) = 0$$

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice 2

Soit la série double suivante :

x_i	9	8	7	6	5	4	3	2	1	15	13	12	10	9	7	6	5	4
y_i	9	8	7	6	5	4	3	2	1	15	13	12	10	9	7	6	5	4

- 1) Partager les points (x_i, y_i) en deux groupes : le premier avec les 4 points d'abscisses les plus petites, le second avec les 5 points d'abscisses les plus grandes. Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2
- 2) Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2) .
- 3) Déterminer la droite de régression de y en x .

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice

1) On a mesuré les longueurs d'un lot de 30 barres de métal. On a obtenu les résultats suivants en centimètres :

92,2 92,5 92,6 92,4 92,6 92,4 92,5 92,5 92,7 92,5
92,8 92,0 92,4 92,3 92,6 92,5 92,1 92,4 92,8 92,1
92,3 92,4 92,2 92,3 92,2 92,4 92,7 92,3 92,5 92,2

En effectuant un regroupement en classes d'amplitude 0,2 cm, compléter le tableau statistique suivant :

Longueurs en cm	[92 ; 92,2 [[92,2 ; 92,4 [[92,4 ; 92,6 [[92,6 ; 92,8 [Effectif total : N
Effectifs n_i	3				

2) On a demandé aux 24 élèves d'une classe de terminale quel était le nombre d'appareils audiovisuels qu'ils possédaient chez eux. Les réponses ont été les suivantes :

4 3 0 5 3 7 5 4 2 1 3 5 6 2 1 2 4 3 2 3 4 6 3 4

Nombre d'appareils x_i	0							
Effectifs n_i	1							

Compléter le tableau suivant.

Combien y a-t-il d'élèves qui possèdent 3 appareils ?

3) Le tableau ci-dessous donne la puissance (en W) des ampoules disponibles lors d'un inventaire :

60	100	100	40	150	60	100	100
75	150	40	100	75	60	75	150
100	100	60	60	40	75	60	100
60	40	100	150	60	100	100	40

Quel caractère est étudié ?

Est-il quantitatif ou qualitatif ?

Dans la première hypothèse, la variable est-elle continue ou discrète ?

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice

1) On mesure la taille des élèves de la classe. On obtient les résultats suivants :

165	172	181	158	152	156	190
192	168	175	180	184	159	158
162	161	185	195	178	189	175
159	160	182	186	192	187	152
168	165	178	175	175	182	180

a) Quel caractère est étudié ?

b) Est-il quantitatif ou qualitatif ?

c) Dans la première hypothèse, la variable est-elle continue ou discrète ?

d) Quelle est l'étendue ?

2) Une enquête statistique faite sur l'ensemble des élèves d'un lycée, afin de déterminer le nombre d'enfants au foyer, a donné les résultats suivants :

4	1	3	1	3	1	3	3	5	7	2	2	2	1	2	4	4	1	3	5
2	5	2	3	2	4	2	5	2	5	4	4	2	2	2	4	4	1	4	1
1	2	1	1	2	4	3	4	2	2	5	1	3	4	4	2	4	1	4	3
2	4	4	1	5	6	3	9	2	6	3	5	6	1	4	4	3	2	2	2
4	2	1	4	3	2	3	1	3	4	6	3	3	3	4	2	2	2	2	5

a) Compléter le tableau

b) Construire le diagramme en bâtons des effectifs.

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice

Rappel

L'**effectif cumulé croissant** d'une classe est la somme des effectifs de cette classe et de toutes celles qui la **précèdent**.

L'**effectif cumulé décroissant** d'une classe est la somme des effectifs de cette classe et de toutes celles qui la **suivent**.

On définit de même la fréquence cumulée.

Application

1) Lors d'un contrôle sur une route nationale (vitesse limitée à 90 km/h), on a relevé les résultats suivants. Compléter le tableau.

Vitesse (km/h)	Effectif	Fréquence	ECC	ECD	FCC
[70; 80]	32				
[80; 90]	74				
[90; 100]	180				
[100; 110]	160				
[110; 120]	54				
[120; 130]	16				
Total					

A l'aide du tableau, déduire :

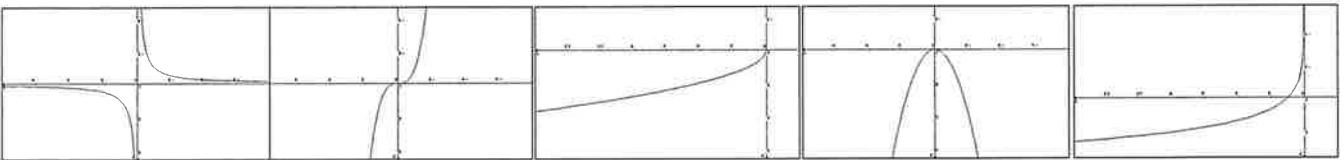
- le nombre de véhicules qui roulent à moins de 100 km/h
- le nombre de véhicules qui roulent au moins à 100 km/h
- la fréquence des véhicules qui respectent la limitation de vitesse

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice

Chacune des courbes ci-dessous représente une des fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{1}{x}; \quad g(x) = \sqrt{x}; \quad h(x) = \ln x; \quad t(x) = x^2; \quad j(x) = x^3$$



Après avoir donné les ensembles de définition des fonctions données ci-dessus, associer à chaque courbe la fonction correspondante.

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Questions de cours :

- 1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction logarithme népérien ?
- 2) Quelles sont les limites aux bornes de son ensemble de définition ?
- 3) Quelles sont ses variations sur son ensemble de définition ?
- 4) Exprimer en fonction de $\ln(a)$ et $\ln(b)$:
 $\ln(a^3b^4)$
 $\ln(a^3b^4)$
 $\ln(a^2b^2) - \ln(ab)$
 $\ln(ab)^{1/2}$

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice.

a) Simplifier l'écriture des nombres suivants:

$$\begin{matrix} (e^2)^3 & e \times e^5 & e^{-2} \times e^5 \\ (e^{-3} \times e^6)^2 & e^{2-\ln 2} \times \ln 5 & \ln(e^3 \times e^{-2}) \end{matrix}$$

b) Les nombres suivants sont-ils égaux? (a réel)

$$\begin{matrix} e^a - \frac{1}{e^a} & \text{et} & 1 - e^{-a} \\ e^a \times e^{a-2} & \text{et} & (e^{a-1})^2 \end{matrix}$$

c) Développer $(x - 2)(2x - 1)$ puis factoriser l'expression $2e^{2x} - 5e^x + 2$

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

- 1) On aligne au hasard, de gauche à droite, les jetons portant les lettres P, R, O, B et A.
- a. On note combien de lettres précédent la lettre A. Est – ce une expérience aléatoire ?
 Oui ; Non
 - b. On note le nombre de voyelle figurant dans le mot formé. Est – ce une expérience aléatoire ?
 Oui ; Non
- 2) Pour les fonctions f suivantes, donnez l'équation de la tangente passant par le point A

$$f(x) = 2x^2 + 2x - 3 \quad A(-1; -3)$$

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice

- 1) Un sac contient 6 billes bleues, 2 billes vertes et 4 billes rouges. On tire une bille au hasard.
- a. La probabilité que la bille soit verte est : $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{10}$; 2
 - b. La probabilité que la bille ne soit pas rouge est : 8; $\frac{6}{5}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{12}{4}$
- 2) On lance un dé cubique supposé bien équilibré dont les faces sont numérotés de 1 à 6.
- a. Quelle est la probabilité p d'obtenir six ? 1; $\frac{6}{1}$; $\frac{6}{5}$
 - b. On a effectivement obtenu un six à ce premier lancer, alors la probabilité d'obtenir un six au second lancer est : inférieure à p; supérieure à p; égale à p; inconnue.
 - c. La probabilité d'obtenir 7 est : 0; $\frac{6}{1}$; 1; inconnue

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et du brouillon.
 Les exercices du sujet suivant constituent une base d'argumentation pour l'entretien où vous serez amené à justifier vos réponses. La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées. Vous devrez rendre ce sujet à la fin de l'épreuve mais vous pouvez écrire dessus.

Exercice

1) Un sac contient 6 boules numérotées 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 4. On tire une boule au hasard et on note son numéro.

a. Quelles sont les issues possibles ?

b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Issue	1
probabilité
Total

c. Quelle est la probabilité d'obtenir le numéro 1 ?

2) Un sac rouge contient trois boules numérotées 1 ; 2 ; 3. Un sac bleu contient quatre boules numérotées 0 ; 1 ; 2 ; 3. On tire une boule dans chaque sac et on calcule la somme des deux numéros obtenus.

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Somme	Sac rouge				1	2	3
	0	1	2	3			
Sac bleu	0						
	1						
	2						
	3						

b. Quelles sont les issues possibles.

c. Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « Obtenir une somme égale à 4 »

B : « Obtenir une somme paire »

C : « Obtenir une somme égale 7 »