

## 1.2.2. EPREUVE DE MATHEMATIQUES-SERIE A2

REPUBLIQUE GABONAISE  
DIRECTION DU BACCALAUREAT

2016 - MATHEMATIQUES  
Série :  $A_2$   
Durée : 2 heures  
coef : 2

L'usage de la calculatrice est autorisé.

### Exercice 1 : Systèmes de numération- Divisibilité. (6 points)

#### A- Système de numération en base 2.

Les ordinateurs utilisent la numérotation binaire préconisée par Leibniz qui y voyait l'image de la création : l'être et le néant.

Pour écrire un nombre en base 2, les chiffres utilisés sont 0 et 1.

1. Ecrire le nombre 92 dans le système binaire.
2. Dans le système binaire, un nombre  $x$  s'écrit :  $\overline{110101}$ . Ecrire le nombre  $x$  dans le système décimal.

#### B- Divisibilité dans $\mathbb{N}$ .

1. Déterminer le PGCD des nombres 1386 et 5148.
2. Rendre irréductible la fraction :  $\frac{1386}{5148}$ .
3. Kharl, le boulanger, a fabriqué 5148 croissants et 1386 chocolats qu'il doit livrer par paquets en respectant les consignes suivantes :
  - Le nombre de paquets confectionnés doit être le plus grand possible ;
  - Chaque paquet doit comporter le même nombre de croissants et le même nombre de chocolats ;
  - Tous les croissants et tous les chocolats doivent être utilisés dans la confection des paquets.
  - a. Déterminer le nombre de paquets que pourra constituer le boulanger Kharl.
  - b. Déterminer le nombre de croissants et le nombre de chocolats dans chaque paquet.

**Exercice 2 : Equations et inéquations dans  $\mathbb{R}$ . (7 points)**

On considère le polynôme  $P$  défini par :  $P(x) = x^2 - 4x + 3$ .

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation :  $x^2 - 4x + 3 = 0$ .
2. a. Vérifier que :  $P(x) = (x-1)(x-3)$   
b. Etudier le signe de  $P(x)$  puis, déduire les solutions de l'inéquation  $P(x) \geq 0$ .
3. En s'aidant des questions précédentes, résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les équations et inéquations suivantes :
  - a.  $(\ln x)^2 - 4 \ln x + 3 = 0$  ;
  - b.  $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$  ;
  - c.  $(\ln x)^2 - 4 \ln x + 3 \geq 0$  ;
  - d.  $e^{2x} - 4e^x + 3 < 0$ .

**Exercice 3 : Etude d'une fonction exponentielle népérienne. (7 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = xe^x$ . On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$  d'unité graphique 1 cm.

1. Calculer :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
2. Soit  $f'$  la dérivée de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - a. Calculer  $f'(x)$  et montrer que :  $f'(x) = (x+1)e^x$ .
  - b. Justifier que  $f'(x) < 0$  pour tout  $x \in ]-\infty; -1[$  et  $f'(x) > 0$  pour tout  $x \in ]-1; +\infty[$  et en déduire le sens de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - c. Dresser le tableau de variation complet de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
3. Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $x = 0$ .
4. Tracer la courbe  $(T)$  et  $(C_f)$  dans le repère  $(O ; I ; J)$  d'unité graphique 1 cm.